

PROBABILIDADE E GEOMETRIA: UMA INVESTIGAÇÃO COM ALUNOS
UNIVERSITÁRIOS

Valdir Alves da Silva

Universidade São Marcos

valdir@cidadaniaglobal.org.br

Tathiana Alves de Campos

Universidade São Marcos

tathianacampos@yahoo.com.br

Ruth Ribas Itacarambi

CAEM - IME – USP

acarambi@usp.org.br

Introdução

A escolha do tema deste artigo “Probabilidade e Geometria” pode ser justificada pelo fato do conceito de Probabilidade ser apresentado, nos livros didáticos, quase exclusivamente, com o uso do baralho, moedas e dados. Vários estudos vêm sugerindo maior ênfase na exploração da Probabilidade, no interior da disciplina de Matemática. Lopes (1998)¹ destaca que países como Espanha, França, Inglaterra, Itália, Japão e Portugal também apontam para esta mesma direção. No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (1996) fazem referências a este tema e salientam a importância de diferentes abordagens.

Acredita-se que a nossa opção pelo uso da geometria no ensino de probabilidade, vai ao encontro deste movimento e oferece ao estudante a oportunidade de rever alguns conceitos geométricos, que resgatem a construção do conhecimento matemático.

A seguir, relatamos nossa experiência com estudantes universitários, do 3º semestre, do curso de Ciências Contábeis de uma universidade particular, da cidade de São Paulo. Tal relato será organizado em três momentos: planejamento, histórico e prático-pedagógico. A saber:

¹ LOPES, Celi A. E. A *Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental*: uma análise curricular. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP, 1998.

➤ **Primeiro momento: Planejamento**

A idéia de fazer uma abordagem diferenciada para o ensino de probabilidade nos conduziu a vários questionamentos. Quem são os estudantes? O que eles conhecem sobre probabilidade? Que tipos de atividades poderão ser propostas? Onde serão aplicadas? Quais os materiais a serem utilizados? Qual será a dinâmica? Qual será o impacto produzido? O que fazer depois das atividades aplicadas?

Após uma discussão reflexiva sobre as questões acima e seguindo as orientações de Macedo, Petty e Passos (2000), quando afirmam que “*Qualquer atividade pedagógica requer uma organização prévia e uma reavaliação constante*”, decidiu-se que com relação:

- **Ao estudante** – fazer uma avaliação diagnóstica tendo em vista pontuar há quanto tempo esses alunos concluíram o ensino médio; se estudaram em escola pública ou privada e se o ensino foi regular, supletivo ou técnico. Quanto à probabilidade, procurou-se saber se este conceito foi estudado no ensino médio, e se os estudantes seriam capazes de apresentar uma definição, assim como exemplos de seu contexto sócio-cultural.
- **As atividades** – foram propostas dez situações-problema para serem resolvidas em duplas, e usando os seguintes materiais: geoplano quadrangular 5x5, elástico colorido, régua, lápis de cor, malha pontilhada, tangram e figuras poligonais.
- **Ao tempo e espaço físico** – Para o desenvolvimento das atividades propostas foram planejadas 12 horas/aula, na própria classe.
- **À avaliação** – fazer uma auto-avaliação com base no questionário apresentado aos estudantes.
- **À continuidade** – propor e resolver diversos problemas de probabilidade que envolvam conceitos geométricos de diferentes naturezas como: segmentos de reta, pontos, triângulos, quadriláteros e circunferências.

Como fruto deste planejamento, apresentaremos os resultados obtidos na avaliação diagnóstica, posteriori as questões: 1) Há quanto tempo você concluiu o ensino médio? 2) Você cursou o ensino médio em escola pública ou privada? 3) Você cursou o ensino médio em nível regular, técnico ou supletivo? 4) Você estudou PROBABILIDADE no ensino médio? 5) Seria capaz de definir PROBABILIDADE? 6) Como? 7) Seria capaz de dar um exemplo da aplicação deste conceito?

Quadro 1 – Caracterização dos estudantes do 3º semestre do curso de Ciências Contábeis em relação à formação do ensino médio – São Paulo/2008

Instância Ensino	Pública	Privada	TOTAL
Regular	38	5	43
Técnico	5	2	7
Supletivo	3	1	4
TOTAL	46	8	54

O quadro acima mostra que do total de 54 estudantes, 38 freqüentaram o ensino médio regular em escola pública, ou seja, 70,3%. A avaliação sinalizou que mais de 64% dos estudantes concluíram o ensino médio há seis anos ou mais. Os motivos deste afastamento do ensino superior não foram verificados, pois não era objeto de estudo neste momento.

Em relação as questões quatro, cinco e seis, apresentamos, algumas respostas dadas pelos estudantes:

Quadro 2 – Conhecimentos prévios dos estudantes do 3º semestre do curso de Ciências Contábeis em probabilidade – São Paulo/2008

Resposta dos estudantes	Qtde	Tentaram definir	Algumas definições dadas pelos estudantes
Disseram ter aprendido	14	11	<p>-“<i>Estudo das possíveis causas para medir informações ou situações futuras</i>”</p> <p>-“<i>Seria uma série de fatos em comum que formam uma análise</i>”</p> <p>-“<i>São as chances de algo acontecer com determinado fato</i>”</p> <p>-“<i>É a possibilidade de ocorrer algo dentro de determinado tempo ou lugar</i>”.</p> <p>-“<i>O estudo matemático das chances de ocorrer um devido fato</i>”.</p> <p>-“<i>Ciência que estuda o acerto ou acertos dentro de um conjunto de questões</i>”.</p>

Resposta dos estudantes	Qtde	Tentaram definir	Algumas definições dadas pelos estudantes
Disseram não ter aprendido	40	17	<ul style="list-style-type: none"> - <i>“Possibilidades para que ocorra um evento”.</i> - <i>“É uma amostra de um fato ou acontecimento”.</i> - <i>“As chances matemáticas do acontecimento de um evento”.</i> - <i>“É o cálculo da possibilidade de ocorrência de determinado fato dentre inúmeras ocorrências”.</i> - <i>“Uma forma de tentar aproximar a realidade, hipótese, de alguém ganhar alguma coisa em um sorteio, ganhar por votos, seria a probabilidade de alguém conseguir ganhar entre muitas pessoas”.</i> - <i>“É uma estimativa daquilo que não conseguimos chegar a uma conclusão exata. Onde envolve vários fatores e possibilidades”.</i>

Neste quadro é notório que do total de 54 estudantes entrevistados, 40 (74%) disseram NÃO ter aprendido probabilidade no ensino médio. Deste total (40 estudantes), 17 tentaram escrever uma definição para o conceito de probabilidade.

Quanto à questão sete, os exemplos citados pelos estudantes denotam que o conceito de probabilidade é o resultado de sua atuação em seu contexto cultural. A porcentagem (63%) usa como exemplo: loteria, trânsito (acidentes e congestionamentos), saúde, lançamento de moeda, lançamento de dado, frequência nas aulas, sorteio de um número, política, genética, clima, futebol, nota escolar, vestibular, emprego e pesquisa eleitoral.

Observando o Quadro 2 e os exemplos citados pelos estudantes, constatamos que mais da metade deles trazem, independentemente de terem aprendido ou não, uma idéia de probabilidade, para a universidade. Verificamos também que o nível de compreensão desses estudantes está vinculado fortemente as situações do cotidiano.

Essa análise, ainda que merecedora de aprofundamento, nos conduz ao risco de dizer que o conceito de probabilidade que esses estudantes trazem para o ensino superior está bem próximo do que Vygostsky (2001) chama de conceito espontâneo, ou seja, um conceito extraído das relações sociais, da comunicação direta entre as pessoas.

Após a reflexão desses resultados, sentimo-nos prontos para prosseguir no desenvolvimento dos demais momentos, propostos inicialmente.

➤ **Segundo momento: Histórico**

Antes de relatar esta dimensão queremos dizer, fazendo uso das palavras de Machado (2000), que:

“(...) Ninguém pode ensinar qualquer conteúdo, das ciências às línguas, passando pela matemática, sem uma visão histórica de seu desenvolvimento. É na história que se podem perceber as razões que levaram tal ou qual relação, tal ou qual conceito, a serem constituídos, reforçados ou abandonados” (p.103).

Acrescentando ao relato anterior as idéias de RODRIGUES (1956) e MOREIRA (1972), para apresentarmos aos estudantes os vários acontecimentos e aspectos da evolução da Probabilidade. Esta apresentação buscou elementos nas Idades Antiga, Média, Moderna e Contemporânea para justificar tal evolução e destacar a importância deste estudo, no Curso de Ciências Contábeis.

Ao longo desta apresentação os estudantes puderam observar que vários estudiosos contribuíram para o desenvolvimento do conceito de Probabilidade, dentre eles podemos citar Blaise Pascal (1623-1662), Pierre de Fermat (1601-1665), Pierre Simon Laplace (1749-1827), Adolph Quételet (1796-1874), e outros mais.

A ausência de estudos históricos da evolução da Probabilidade no ensino, e a supervalorização do cálculo dado por muitos educadores foi um ponto forte apresentado nos depoimentos dos estudantes, ao longo da apresentação.

➤ **Terceiro momento: Prático-Pedagógico**

Sabendo-se que a área de figuras planas pressupõe um conceito utilizado como requisito básico para a compreensão das atividades propostas, optamos por resgatá-la com uma revisão. Após esta revisão, distribuímos aos estudantes os materiais: geoplano, elástico, régua, lápis de cor, malha pontilhada e várias fichas com situações-problema.

Urge dizer que os estudantes tiveram a oportunidade de explorar livremente esses materiais por alguns minutos. Em seguida, demos início à primeira atividade.

▪ **Atividade 1**

Construa no geoplano os polígonos abaixo e determine sua área.

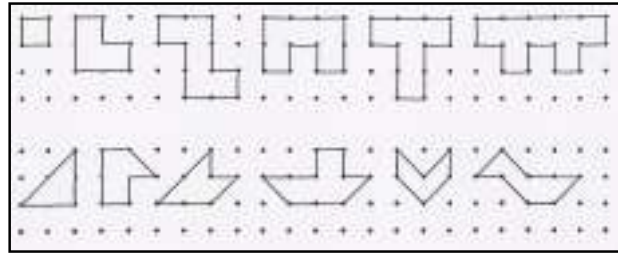


Figura 1

Resultados:

Analisando as respostas escritas pelos grupos, verificamos que os estudantes não tiveram dificuldades para determinar a área dos polígonos propostos. O uso da malha pontilhada possibilitou aos estudantes observarem que existem polígonos diferentes e que possuem a mesma área.

▪ **Atividade 2**

Construa dois polígonos quaisquer no geoplano. Desenhe e pinte cada polígono na malha pontilhada. Em seguida, determine a área de cada polígono e encontre as razões das áreas dos polígonos pintados, em relação à área total do geoplano.

Resultados:

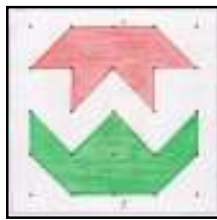


Fig. 2

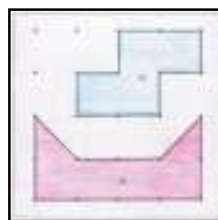


Fig. 3

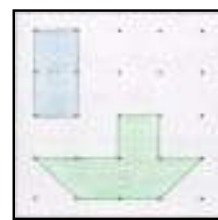


Fig. 4

Esta atividade revelou que grande parte dos estudantes apresentou dificuldade em relação ao conceito “razão”.

Diante dessa dúvida, buscamos em ROMANATTO (1999) suporte para definição de razão como um número racional escrito da forma a/b , $b \neq 0$, e que este número assume diversas “personalidades”: medida, quociente, razão, operador multiplicativo, probabilidade e número, representado também pela notação decimal ou percentual.

Assumimos a razão como uma probabilidade que, “*pode ser entendida como uma comparação entre chances favoráveis ou necessárias e as chances possíveis*” (ROMANATTO, 1999, p.44).

Em seguida, solicitamos aos estudantes que registrassem, numericamente, a razão da área de cada polígono pintado em relação à área total do geoplano. Denominamos a área total do geoplano de ESPAÇO AMOSTRAL (S) e a área pintada do polígono de EVENTO (E). Desse modo, concluímos que a probabilidade será escrita como:

$$P(E) = \frac{E}{S} \quad \frac{\text{Chances favoráveis ou necessárias (E)}}{\text{Chances possíveis (S)}}$$

▪ **Atividade 3**

Construa no geoplano um polígono qualquer e, em seguida, desenhe-o na malha pontilhada e pinte a região interna da figura.

Agora, considere um pára-quedista descendo de uma forma aleatória em um campo, como o representado no geoplano, e tente responder as seguintes questões:

- 1) Qual é a probabilidade do pára-quedista pousar na região pintada?
- 2) Qual é a probabilidade do pára-quedista pousar fora da região pintada?

Resultados:

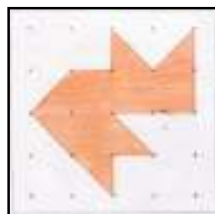


Fig. 5



Fig. 6

Os estudantes não apresentaram dificuldades na primeira questão. Em relação à segunda pergunta, surgiram estratégias diferentes de resolução, como por exemplo:

a) o grupo (fig.5) que considerou a área total do geoplano (16 u^2) sendo 100% e deste número subtraiu a porcentagem (43,75%) obtida na primeira questão, dando como resposta 56,25%.

b) o grupo (fig.6) que calculou a área não pintada do geoplano (10 u^2) e determinou a razão entre a área não pintada e a área total ($10/16$), chegando à resposta 62,5%.

É interessante destacar que não houve registros de subtração envolvendo fração, ou seja, $\left(1 - \frac{6}{16}\right)$.

▪ **Atividade 4**

Construa no geoplano dois polígonos desconexos, ou seja, separados. Em seguida, desenhe na malha pontilhada e pinte as regiões internas das figuras. Chame a primeira região de A e a segunda de B.

Agora, considere um pára-queda descendo de uma forma aleatória em um campo, como o representado no geoplano, e tente responder as seguintes questões:

- 1) Qual é a probabilidade do pára-queda pousar nas regiões A e B?
- 2) Explique como você chegou a essa resposta.
- 3) É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

Resultados:

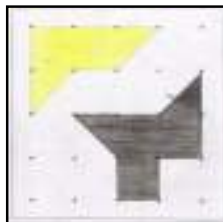


Fig. 7

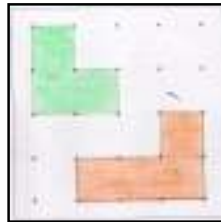


Fig. 8

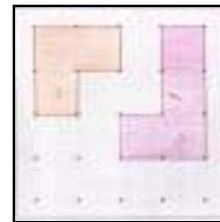


Fig. 9

Em relação à primeira questão, alguns estudantes logo perceberam que a probabilidade era zero, mas não ficaram satisfeitos, sentiram-se incomodados e desconfiados, pois para eles a probabilidade teria que ser um número diferente de zero. Um deles exclamou: -“A resposta do exercício não pode ser esta! Tem alguma coisa errada!”. Ao serem questionados sobre o porquê da resposta não poder ser aquela, não conseguiam explicar. Após uma longa reflexão sobre a questão, todos entenderam que o pára-queda não poderia estar em dois lugares ao mesmo tempo. Concluímos assim, que se A e B são desconexos, $P(A \cap B) = 0$.

▪ **Atividade 5**

Construa no geoplano dois polígonos de modo que haja interseção entre eles. Em seguida, desenhe na malha pontilhada e pinte as regiões internas das figuras. Chame a primeira região de A e a segunda de B.

Agora, considere um pára-queda descendo de uma forma aleatória em um campo, como o representado no geoplano, e tente responder as seguintes questões:

- 1) Qual é a probabilidade do pára-quedista pousar nas duas regiões?
- 2) Explique como você chegou a essa resposta.
- 3) É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

Resultados:

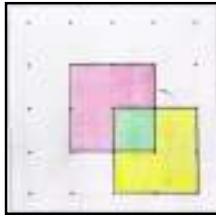


Fig. 10

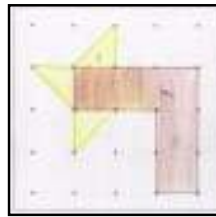


Fig. 11



Fig. 12

No início, os estudantes ficaram “desconfiados”, pensando se realmente era possível o pára-quedista pousar nas duas regiões. Ao perceber a existência da intersecção entre os polígonos concluíram que tal evento poderia ocorrer.

Um dos grupos (fig.10), fazendo uso da notação matemática da atividade anterior, apresentou como resposta $P(A \cap B) = \frac{1}{16} = 6,25\%$. Outro grupo (fig.11)

registrou como resposta $P = \frac{(A \cap B)}{S} = \frac{1,5}{16} = 9,38\%$

▪ Atividade 6

Construa no geoplano dois polígonos de modo que um esteja contido no outro. Em seguida, desenhe na malha pontilhada e pinte as regiões internas das figuras. Chame a primeira região de A (área maior) e a segunda de B (área menor).

Agora, considere um pára-quedista descendo de uma forma aleatória em um campo, como o representado no geoplano, e tente responder as seguintes questões:

- 1) Qual é a probabilidade do pára-quedista pousar nas duas regiões?
- 2) Explique como você chegou a essa resposta.
- 3) É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

Resultados:

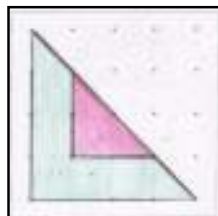


Fig. 13



Fig. 14

Dois grupos apresentaram dificuldades em perceber que a figura B estava contida no polígono A. Tal fato foi percebido na forma de pintar os polígonos (fig.13 e fig.14). A dúvida foi solucionada quando tais grupos misturaram as duas cores ao pintar o polígono B, compreendendo, assim, que os polígonos estavam sobrepostos.

Ao esclarecer tais dificuldades, os alunos perceberam facilmente que se B está contida em A, então $P(A \cap B) = P(B)$.

▪ **Atividade 7**

Construa no geoplano dois polígonos desconexos. Em seguida, desenhe na malha pontilhada e pinte as regiões internas das figuras. Chame a primeira região de A e a segunda de B.

Agora, considere um pára-queda descendo de uma forma aleatória em um campo, como o representado no geoplano, e tente responder as seguintes questões:

- 1) Qual é a probabilidade do pára-queda pousar na região A ou na região B?
- 2) Explique como você chegou a essa resposta.
- 3) É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

Resultados:



Fig. 16

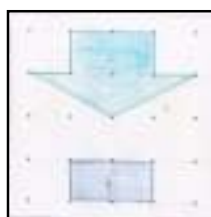


Fig. 17

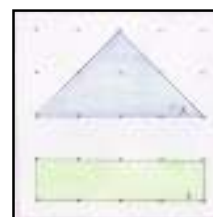


Fig. 18

Grande parte dos estudantes, antes de pensar nas respostas, consultou a atividade quatro. Após a consulta, um estudante exclamou: -“Ah! Desta vez é **ou** e não e!”. Esta exclamação contribuiu para que todos percebessem que o pára-queda poderia cair tanto na região A como na B e que a resposta deveria ser dada pela soma da probabilidade de cada região. Após esta descoberta, mais da metade dos grupos utilizou o símbolo de união (\cup), registrando a resposta da terceira questão como $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

▪ **Atividade 8**

Construa no geoplano dois polígonos de modo que haja interseção entre eles. Em seguida, desenhe na malha pontilhada e pinte as regiões internas das figuras. Chame a primeira região de A e a segunda de B.

Agora, considere um pára-quadista descendo de uma forma aleatória em um campo, como o representado no geoplano, e tente responder as seguintes questões:

- 1) Qual é a probabilidade do pára-quadista pousar em uma região ou na outra?
- 2) Explique como você chegou a essa resposta.
- 3) É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

Resultados:



Fig. 19

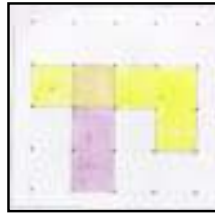


Fig. 20

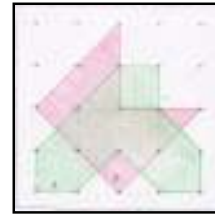


Fig. 21

Os estudantes não apresentaram dificuldades para o cálculo da probabilidade na primeira questão. Em relação as questões dois e três, surgiram diferentes estratégias de resolução:

a) Somar as probabilidades das regiões A e B, em seguida subtrair a probabilidade da intersecção. Usando a linguagem matemática, tal ação foi registrada assim: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

b) Calcular a probabilidade da região A e subtrair a probabilidade da intersecção entre A e B. Em seguida, somar com a probabilidade da região B. Simbolicamente:

$$P(A \cup B) = [P(A) - P(A \cap B) + P(B)]$$

c) Calcular a probabilidade da região A e subtrair a probabilidade da intersecção entre A e B e, em seguida somar a probabilidade da região B subtraindo a probabilidade da intersecção entre as regiões A e B, e por fim, somar a probabilidade da intersecção entre A e B. Em linguagem matemática:

$$P(A \cup B) = [P(A) - P(A \cap B)] + [P(B) - P(A \cap B)] + P(A \cap B)$$

Após a socialização das diferentes estratégias, os estudantes perceberam a necessidade de subtrair a intersecção entre as regiões A e B, caso contrário, a região da intersecção seria considerada duas vezes.

Ressaltamos para os estudantes que a escrita matemática apresentada no item (a) representa todas as demais. Assim, a probabilidade entre dois eventos que tenham intersecção será sempre representada por $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

▪ **Atividade 9**

Construa no geoplano dois polígonos de modo que um esteja contido no outro. Em seguida, desenhe-os na malha pontilhada e pinte as regiões internas das figuras. Chame a primeira região de A (área maior) e a segunda de B (área menor).

Suponha agora que o pára-quedista desça em direção ao plano e perceba que irá pousar dentro da região A. Dada esta informação, tente responder as seguintes questões:

- 1) Qual é a probabilidade do pára-quedista pousar dentro da região B?
- 2) Explique como você chegou a essa resposta.
- 3) É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

Resultados:



Fig. 22



Fig. 23

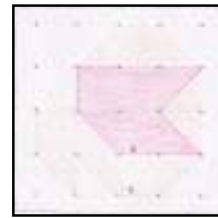


Fig. 24

Os estudantes perceberam rapidamente a alteração do espaço amostral, que deixou de ser a área total do geoplano e passou a ser a área do polígono A.

Os grupos chegaram à resposta correta do problema, mas apresentaram dificuldades para registrar simbolicamente. Alguns grupos apresentaram registros como:

$$P(B) = \frac{B}{S(A)}, \quad P(B) = \frac{B}{A} \quad \text{e} \quad P(B/A) = \frac{B}{A}.$$

Dentre os registros acima, destacamos para os estudantes que quando calculamos a probabilidade de dois eventos, neste caso A (área maior) e B (área menor), tudo acontece como se A fosse o novo espaço amostral “reduzido”, dentro do qual queremos calcular a probabilidade do evento B. Deste modo, adotamos a seguinte notação:

$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)}$, que chamamos em matemática de *probabilidade condicional* do evento B, uma vez que o evento A tenha ocorrido.

▪ **Atividade 10**

Construa no geoplano dois polígonos A e B, de modo que somente uma parte de A esteja contida em B.

Suponha agora que o pára-queidista desça em direção ao plano e perceba que irá pousar dentro da região B. Dada esta informação, tente responder as seguintes questões:

- 1) Qual é a probabilidade do pára-queidista pousar dentro da região A?
- 2) Explique como você chegou à resposta.
- 3) É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

Resultados:

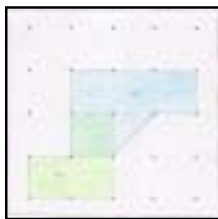


Fig. 25

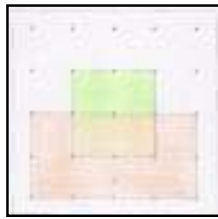


Fig. 26

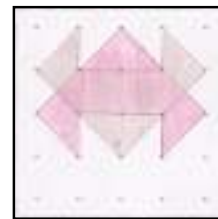


Fig. 27

Os estudantes identificaram rapidamente a área do polígono B como o espaço amostral, já que o pára-queidista, com certeza, pousaria dentro da região B.

Após a identificação do espaço amostral, os grupos discutiram, por alguns minutos, sobre como registrariam simbolicamente tal situação e, consultando a atividade anterior, apresentaram os seguintes registros:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(A \cap B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Novamente, enfatizamos para os estudantes que quando calculamos a probabilidade de dois eventos, neste caso, somente uma parte de A esteja contida em B, temos novamente a probabilidade condicional. De acordo com o problema proposto a

escrita matemática será $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Após o desenvolvimento dessas atividades, colocamos aos estudantes a resolução de diversos problemas, que devido a limitação de espaço não serão apresentados neste momento.

Conclusão

Esse trabalho resulta na convicção da importância da avaliação diagnóstica, a qual confirma e regimenta a necessidade da busca da seqüência de conhecimentos prévios, oriundos do contexto sócio cultural dos estudantes. *“Quem ignora os conceitos cotidianos introduz na escola palavras sem sentido. Quem ignora a natureza do conceito científico renuncia a desenvolver o pensamento dos seus alunos”* (SILVA, 2008).

A motivação da descoberta da solução matemática pelos estudantes garante-nos afirmar que os mesmos necessitam de momentos na aprendizagem que lhes permitam criar, pensar e investigar diferentes situações em que incitam descobertas, as quais são fomentadas por diversas reflexões. Tais situações sugerem discussões, questionamentos e aceitação do que lhes é apresentado com criticidade argumentativa e, aí sim, acontece o “convencer-se sobre”, aquilo que o professor aprende e ensina por estudos que sugerem diferentes abordagens na exploração da Probabilidade.

A geometria, ainda que deixada para o final do plano de ensino por muitos educadores e até mesmo vista de forma superficial no ensino médio, não apresentou obstáculos para os estudantes nas atividades. Isto mostra que uma atividade bem planejada pode superar algumas defasagens encontradas na formação matemática de nossos estudantes. Para finalizar, ressaltamos a necessidade de o professor assumir o papel de investigador diante daquilo que pretende ensinar, pois este trabalho revelou o sucesso de nossa investigação, bem como o de nossos estudantes, no ensino do conceito de probabilidade.

Assim, terminamos esta conclusão com as palavras de Vygotsky (2001), *“Um passo de aprendizagem pode significar cem passos de desenvolvimento”*.

Referências Bibliográficas

1. BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria do Ensino Fundamental Brasília: MEC / SEF, 1998.
2. KNIJNIK, G.; BASSO, M. V. & KLUSENER, R. **Aprendendo e ensinando matemática com o geoplano**. Ijuí – RS: UNIJUÍ Editora, 1996.
3. LINDQUIST, M. M. & SHULTE, A. P. (Orgs.) (Trad. Hygino H. Domingues). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. In: HOEHN, L. & WOODWARD, E. **Probabilidade na geometria do segundo grau**. São Paulo: Atual, 1994. 308 p.
4. LOPES, C. A. E. **A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular**. Dissertação de Mestrado. FE/UNICAMP, 1998.
5. MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Aprender com jogos e situações-problema**. Porto alegre: Artmed, 2000.
6. MACHADO, N. J. **Educação: Projetos e Valores**. São Paulo: Escrituras Editora, 2000. (Coleção Ensaio Transversais).
7. MOREIRA, J.S. **Elementos de Estatística**. São Paulo: Editora Atlas, 1972
8. NIMAM, J. & POSTMAN, R. D. **Probability on the geobord**. The National Council of Teacher of Mathematics (The Arithmetic Teacher). Vol. 20. nº 3. Março, 1973.
9. TUNALA N. **Determinação de probabilidades por métodos geométricos**. In: Revista do Professor de Matemática, São Paulo: SBM 1992 1º quadrimestre.
10. WAGNER, E. **Probabilidade Geométrica: O problema do macarrão e um paradoxo famoso**. In: Revista do Professor de Matemática, São Paulo: SBM 1997 2º quadrimestre.
11. RODRIGUES, M. S. **Elementos de Estatística Geral**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1956.
12. ROMANATTO, M. C; **Número Racional: uma teia de relações**. ZETETIKÉ – CEMPEM – FE/UNICAMP – v. 7 nº12, p. 37 - 49 – jul./dez. de 1999.
13. SILVA, Veleida Anahi. **Relação com o saber na aprendizagem matemática: uma contribuição para a reflexão didática sobre as práticas educativas**. In: Revista Brasileira de Educação. v.13 nº 37, jan./abr. 2008.
14. VYGOTSKY, L. S. **A Construção do Pensamento e da Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.
15. ZAMPIROLO, M. J; SCORDAMAJLIO, M. T e CÂNDIDO, S. L. **Projeto Escola e Cidadania: Matemática**. São Paulo: Editora do Brasil, 2000.